

Script: Exponentialgleichungen

Mathematik

Klasse 10 a

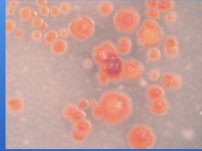


Lösen von Exponentialgleichungen

In einem Labor hat eine Hefekultur eine Anfangsmenge von 3g und verdoppelt bei günstigen Bedingungen ihre Masse stündlich.

a) Welche Masse (in g) hat die Hefekultur nach 24 Stunden?

b) Berechne die Zeit für eine Massezunahme bis auf 1 kg.



$$m(t) = 3 \cdot 2^t$$

↙ Masse in g ↘ Zeit in h

a) $m(24) = 3 \cdot 2^{24}$
 $\approx 50.332 \text{ kg} \approx 50t$

b) $1000 = 3 \cdot 2^t$ $\oplus \rightarrow$ Exponent gesucht \rightarrow Logarithmieren

Lösen durch Umformen

$$1000 = 3 \cdot 2^t \quad | : 3$$

$$\frac{1000}{3} = 2^t \quad | \lg$$

$$\lg\left(\frac{1000}{3}\right) = t \cdot \lg 2 \quad | : \lg 2$$

„Ermitteln Sie... Bestimmen Sie...“
(GTR)

$$\frac{\lg\left(\frac{1000}{3}\right)}{\lg 2} = t$$

Berechnen Sie... $t \approx 8,4 \text{ h}$

Beispielaufgaben

Umformen ohne HM

$$\begin{aligned} \text{a) } 2. \quad & 5^x = 14,4 && | : 2 \\ & 5^x = 7,2 && | \lg \\ x \cdot \lg 5 & = \lg 7,2 && | : \lg 5 \\ & x = \frac{\lg 7,2}{\lg 5} \\ \text{GTR} & \quad x \approx 1,2 \end{aligned}$$

Bestimmen Sie..

Berechnen Sie... Ermitteln Sie...

~~SOLVEM!~~

↓

$$\begin{aligned} 2. \quad & 5^x = 14,4 && \approx \\ & x \approx && \approx \end{aligned}$$

$$b) \quad 3^{x+1} = 120$$

\lg

$$(x+1) \cdot \lg 3 = \lg 120 \quad | : \lg 3$$

$$x+1 = \frac{\lg 120}{\lg 3} \quad | -1$$

$$x = \frac{\lg 120}{\lg 3} - 1$$

$$\underline{\underline{x \approx 3,4}}$$

$$3^x \cdot 3^1 = 120 \quad | :3$$

$$3^x = 40 \quad | \lg$$

$$x \cdot \lg 3 = \lg 40 \quad | : \lg 3$$

$$x = \frac{\lg 40}{\lg 3}$$

$$\underline{\underline{x \approx 3,4}}$$

GTR
↓

$$c) \quad 8^{x-2} = 0,1$$

\lg

$$(x-2) \cdot \lg 8 = \lg 0,1 \quad x \approx 0,9$$

$$\frac{8^x}{8^2} = 0,1$$

$$d) \log_5 7 = x \Leftrightarrow 5^x = 7 \quad | \lg$$

$$x \cdot \lg 5 = \lg 7$$

$$x = \frac{\lg 7}{\lg 5}$$

$$x \approx 1,2$$

Math ^{GTR} - $\log_a b$

TLII 12.03.21

Löse die Gleichungen. (ohne HM - SOLVEN?)

$$a) x + 4 = 9x - (5 - x)$$

$$\underline{\underline{L = \{1\}}}$$

$$b) 3 \cdot |x - 2| = 12$$

$$\underline{\underline{L = \{-2; 6\}}}$$

$$c) x^2 + 3x = 0$$

$$\underline{\underline{L = \{0; -3\}}}$$

$$d) 2x^2 - 12x - 14 = 0$$

$$\underline{\underline{L = \{-1; 7\}}}$$

Berechnen Sie ... (ohne HM)

$$(1) \quad 2^{3x-1} = 32$$

$$2^{\boxed{3x-1}} = 2^{\boxed{5}}$$

$$3x-1 = 5$$

$$x = 2$$

$$\mathcal{L} = \{2\}$$

„Löse durch Exponentenvergleich.“

Bringe die Potenzen auf beiden Seiten auf die gleiche Basis. \Rightarrow Vergleiche die Exp.

$$(2) \quad 25^{x+2} = 125$$

$$5^{2 \cdot (x+2)} = 5^3$$

$$5^{2x+4} = 5^3$$

$$2x+4 = 3 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

„genau dann wenn“

LB S. 70 12

GR R

S. 71 3

HMF

Textaufgaben - Verdopplungszeit

$$m(T_2) = m_0 \cdot b^{T_2} \quad m(T_2) = 2 \cdot m_0(T_0)$$

$$2 \cdot m_0 = m_0 \cdot b^{T_2} \quad | \lg$$

$$\lg 2 = T_2 \cdot \lg b$$

$$T_2 = \frac{\lg 2}{\lg b}$$

Bsp: Wassermelone

$$b = 1,12$$

$$T_2 = \frac{\lg 2}{\lg 1,12}$$

$$T_2 \approx 6,1$$

Erinnerung Wachstumsfaktor p

$$b = p = 100\% + \text{Zunahme} \\ = 100\% + p\%$$

14.12.20

698

15.12.20

711

}

Wachstumsfaktor

$$p \approx 1,02$$

$$T_2 = \frac{\lg 2}{\lg 1,02} \approx 35 \text{ Tage}$$