SOL- Selbst organisiertes Lernen	Thema: Tangenten - und Normalenprobleme Übungsmaterial	Zeit: 3 h

Problem 1	Ermittle die Gleichungen der Tangente und der Normalen im Punkt $P(x_0 \mid f(x_0))$ an das Schaubild. a) $f(x)=3x^2-2x+1;\ x_0=0$ b) $f(x)=x^3-\frac{1}{2}x^2;\ x_0=-1$ c) $f(x)=2x-\frac{1}{3x};\ x_0=1$ d) $f(x)=\frac{1}{x}-\sqrt{x}+1;\ x_0=2{,}25$ e) $f(x)=2\cdot\sin x;\ x_0=\frac{\pi}{6}$ f) $f(x)=-\frac{1}{2}\cos(3x);\ x_0=\frac{\pi}{4}$
Problem 2	Zeichne die Schaubilder von f und g im gleichen Koordinatensystem. Bestimme die Koordinaten der Schnittpunkte beider Schaubilder. Berechne (auf 1 Dezimale) für jeden Schnittpunkt den Winkel α $(0 \leqq \alpha \leqq 90°)$, den die Tangenten an die Schaubilder einschließen. a) $f(x)=x^2;\ g(x)=2x-x^2$ b) $f(x)=x^3-x;\ g(x)=1-x^2$
Problem 3	Ermittle die Gleichung derjenigen Tangente an das Schaubild von f, welche zur gegebenen Geraden g parallel ist. Gib die Koordinaten des Berührpunktes B an. a) $f(x)=x^2;\ g: y=2x$ b) $f(x)=\sqrt{x};\ g: y=\frac{1}{3}x-1$ c) $f(x)=\frac{1}{x};\ g: x+4y=0$ d) $f(x)=\lvert x\rvert^3;\ g: y=-12x$
Problem 4	Ermittle die Schnittwinkel der Funktionen mit den Koordinatenachsen. a) $f(x)=x^3-3x$ b) $f(x)=\frac{1}{2}x^4-2x^2$ c) $f(x)=x-\frac{1}{x}$
Problem 5	Zeige, dass die Gerade y = 2x +0,5 Tangente an den Graphen der Funktion $y = x - 0{,}5x^2$ ist. Gib die Koordinaten des Berührpunktes an. Ermittle die Gleichung der zugehörigen Normalen.
Problem 6	Vom Punkt P(-1|-1) sind zwei Tangenten an den Graphen der Funktion f mit $f(x) = x^2$ gezeichnet. **a)** Bestimmen Sie die Koordinaten der Berührungspunkte. **b)** Bestimmen Sie die Gleichungen der beiden Tangenten. **c)** Berechnen Sie den Mittelpunkt der Strecke zwischen den Berührungspunkten. Was fällt auf?

Komplexe Übungen

1. a) An welcher Stelle x_0 hat das Schaubild der Funktion f mit $f(x)=\frac{1}{3}x^2$ (mit $f(x)=-0{,}4x^2$) die Steigung 4 (die Steigung -2)?

b) In welchem Punkt $P_0\ (x_0 \mid f(x_0))$ verläuft die Tangente an das Schaubild von $f: x \mapsto 2x^2$ (von $f: x \mapsto -\frac{1}{4}x^2$) parallel zur Geraden $g: y=\frac{1}{3}x+4$?

c) In welchen Punkten des Schaubildes von $f: x \mapsto \frac{2}{x}$ ist die Tangente zur 1. Winkelhalbierenden (zur Geraden $g: y = \frac{1}{2}x$) orthogonal?

2. Das Schaubild der Funktion g mit $g(x)=\sqrt{x}$ (mit $g(x)=6x-x^2$) hat eine Tangente, die zur 1. (zur 2.) Winkelhalbierenden parallel ist. Ermittle die Gleichung dieser Tangente und der zugehörigen Normalen.

3. Für welchen Punkt des Schaubildes der Funktion $f: x \mapsto \sqrt{x}$ geht die Tangente durch $A(0 \mid 1)$ (durch $B(1 \mid 2)$)? Gib die Gleichung der Tangente an.

4. Für welchen Punkt $P(a \mid b)$ des Schaubildes von $f: x \mapsto 4-x^2$ geht die Normale durch den Ursprung (durch $A(0 \mid 1)$)? Gib die Gleichung dieser Normalen an.

5. Unter welchem Winkel schneiden sich die Tangenten in $P(1 \mid -1)$ und $Q(-2 \mid -4)$ an die nach unten geöffnete Normalparabel mit dem Scheitel in $O(0 \mid 0)$?

6. Die Normale in einem Punkt $P(x_0 \mid y_0)$ der Kurve $K: y=\sqrt{x}$ schneide die x-Achse in $A(a \mid 0)$. Berechne a in Abhängigkeit von x_0. Was fällt auf? Wie läßt sich danach die Normale in einem gegebenen Punkt dieser Kurve konstruieren?