Übungs-Karte 1	Thema: Extrem-Wertaufgaben	Minimaler/Maximaler Abstand

Gegeben sind die Graphen der Funktionen f und g mit den Funktionsgleichungen

$f(x) = 4 - x^2 \; (x \in \mathbb{R})$ und $g(x) = (x-2)^2 - 6 \; (x \in \mathbb{R})$.

a) Berechnen Sie die Schnittstellen der beiden Funktionen.
b) Im Intervall $-1 \le x \le 3$ verlaufen Verbindungsstrecken parallel zur y-Achse von der oberen zur unteren Parabel. Diese Strecken haben unterschiedliche Längen.
Bestimmen Sie die Gleichung der Strecke mit der größten Länge.
Geben Sie diese Länge an.

(Quelle: http://www.kepler-gymnasium.de/Th. Unkelbach/http://nibis.ni.schule.de)

Philipp-Melanchthon-Gymnasium Bautzen LK Mathematik 12

Übungs-Karte 2	Thema: Extrem-Wertaufgaben	Minimaler/Maximaler Abstand

Gegeben ist der Graph der Funktionen f mit $f(x) = x^2 \; (x \in \mathbb{R})$ und der Graph der Funktion g mit $g(x) = -1{,}5x \cdot (x-3) \; (x \in \mathbb{R})$.

An einer Stelle zwischen den beiden Schnittpunkten der Funktionsgraphen ist die Differenz der Funktionswerte maximal.
Bestimmen Sie diese Stelle.

(Quelle: http://www.kepler-gymnasium.de/Th. Unkelbach/http://nibis.ni.schule.de)

Übungs-Karte 1 Lösung	Thema: Extremwertaufgaben	Minimaler/Maximaler Abstand

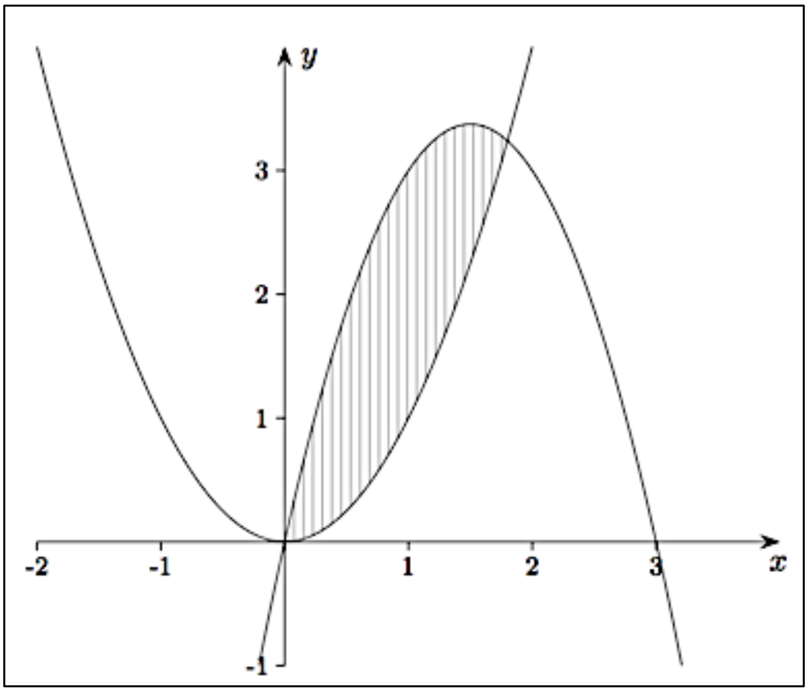
zu a) $x_{S1} = 3$; $x_{S2} = -1$

zu b) $E(x) = f(x) - g(x) = -2x^2+4x+6$
$x_E = 1$
$E(1) = 8$ → maximaler Abstand

(Quelle: http://www.kepler-gymnasium.de/Th. Unkelbach/http://nibis.ni.schule.de)

Philipp-Melanchthon-Gymnasium Bautzen LK Mathematik 12

Übungs-Karte 2 Lösung	Thema: Extremwertaufgaben	Minimaler/Maximaler Abstand



$x_{max} = 0{,}9$ $d(x_{max}) = 2{,}025$

(Quelle: http://www.kepler-gymnasium.de/Th. Unkelbach/http://nibis.ni.schule.de)

Übungs-karte 3	Thema: Extrem-wertaufgaben	Minimaler/maximaler Abstand

Gegeben ist der Graph der Funktion f mit $f(x) = -x^2 + 5 \; (x \in \mathbb{R})$.

Berechnen Sie die Koordinaten derjenigen Punkte auf dem Graphen, deren Abstand zum Ursprung minimal ist.
Geben Sie diesen minimalen Abstand an.

(Quelle: http://www.kepler-gymnasium.de/Th. Unkelbach/http://nibis.ni.schule.de)

Philipp-Melanchthon-Gymnasium Bautzen LK Mathematik 12

Übungs-karte 4	Thema: Extrem-wertaufgaben	Minimaler/maximaler Abstand

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = (x-3)^2 + 2 \; (x \in \mathbb{R})$.

Ermitteln Sie denjenigen Punkt P auf dem Graphen von f, der zum Koordinatenursprung die minimale Entfernung besitzt.
Die Verbindungsstrecke mit minimaler Länge liegt auf dem Graph der Geraden g.
Überprüfen Sie, ob g senkrecht zur Tangente in P verläuft.

(Quelle: http://www.kepler-gymnasium.de/Th. Unkelbach/http://nibis.ni.schule.de)

Übungs-Karte 3 Lösung	Thema: Extrem-Wertaufgaben	Minimaler/Maximaler Abstand

Hauptbedingung: $d(x;y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ soll minimal werden

Nebenbedingungen: $y = -x^2 + 5$

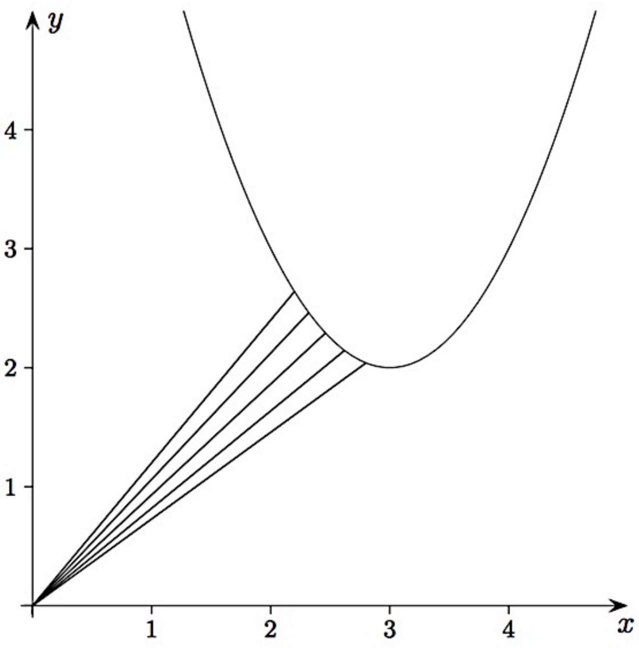
Zielfunktion: $d(x) = \sqrt{x^2 + (-x^2 + 5)^2} = \sqrt{x^4 - 9x^2 + 25}$ mit $D_x = \mathbb{R}$ soll minimal werden

Lösung: Die absoluten Minima des Abstandes liegen bei $x_1 = \frac{3}{2}\sqrt{2}$ und $x_2 = -\frac{3}{2}\sqrt{2}$ und beträgt $d_{min} = \frac{1}{2}\sqrt{19}$. Die Koordinaten der beiden Punkte lauten dann $P_1(\frac{3}{2}\sqrt{2} \mid \frac{1}{2})$ und $P_2(-\frac{3}{2}\sqrt{2} \mid \frac{1}{2})$.

(Quelle: http://www.kepler-gymnasium.de/Th. Unkelbach/http://nibis.ni.schule.de)

Philipp-Melanchthon-Gymnasium Bautzen LK Mathematik 12

Übungs-Karte 4 Lösung	Thema: Extrem-Wertaufgaben	Minimaler/Maximaler Abstand



$d(x) = \sqrt{x^2 + (f(x))^2}$

$P(2{,}462 \mid 2{,}289)$

$d(x_{min}) = 3{,}362$

$f(x_{min}) = 0{,}930$
$f'(x_{min}) = -1{,}075$ (w)

(Quelle: http://www.kepler-gymnasium.de/Th. Unkelbach/http://nibis.ni.schule.de)