Übungs-karte 1	Thema: Extrem-wertaufgaben	Minimaler/maximaler Abstand

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 6 - \frac{1}{6}x^2 \; (x \in \mathbb{R})$.

Unter dem Graphen der Funktion liegen einbeschriebene Rechtecke, deren Seiten parallel zu den Koordinatenachsen verlaufen.
Ermitteln Sie das Rechteck mit maximalem Flächeninhalt und geben Sie diesen Flächeninhalt an.

(Quelle: http://www.kepler-gymnasium.de/Th. Unkelbach/http://nibis.ni.schule.de)

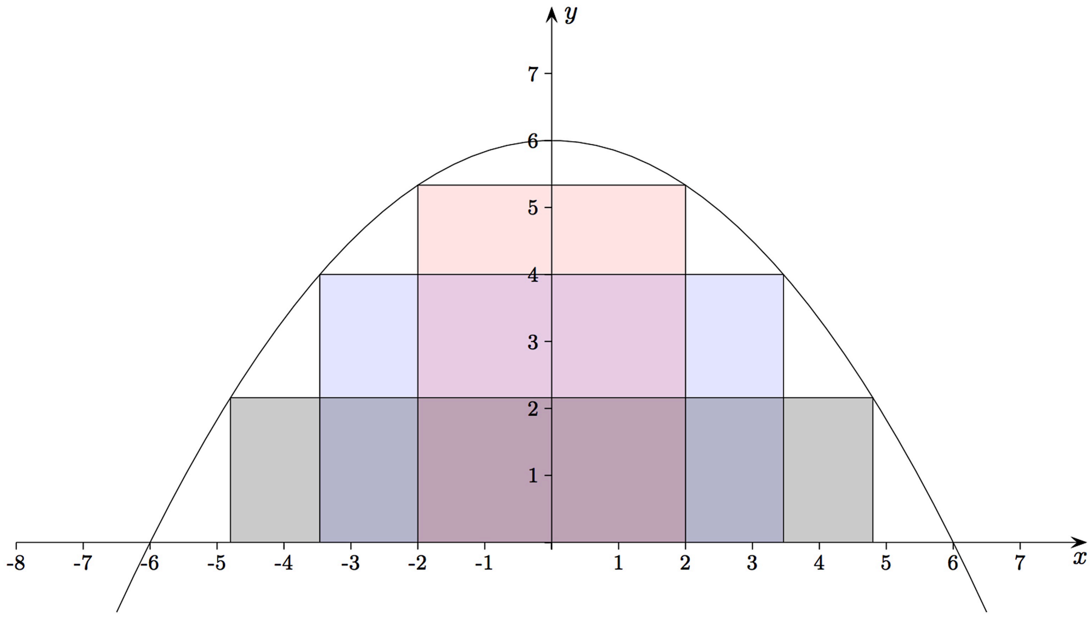
Philipp-Melanchthon-Gymnasium Bautzen LK Mathematik 12

Übungs-karte 2	Thema: Extrem-wertaufgaben	Minimaler/maximaler Abstand

Der Graph der Funktion f mit $f(x) = -x^2 + 12 \; (x \in \mathbb{R})$ und die Abszissenachse schließen eine Fläche vollständig ein. In diese Fläche wird ein Rechteck so gelegt, dass die Rechteckseiten parallel zu den Koordinatenachsen verlaufen.
Berechnen Sie die Koordinaten der Eckpunkte desjenigen Rechtecks, dessen Flächeninhalt maximal ist.
Geben Sie diesen maximalen Flächeninhalt an.

(Quelle: http://www.kepler-gymnasium.de/Th. Unkelbach/http://nibis.ni.schule.de)

Übungs-karte 1 Lösung	Thema: Extrem-wertaufgaben	Minimaler/Maximaler Abstand



Längen der Rechteckseiten *a* und *b*: $a = 4\sqrt{3} = 6{,}928,\ b = 4$

$A_{\max} = 27{,}713\ FE$

(Quelle: http://www.kepler-gymnasium.de/Th. Unkelbach/http://nibis.ni.schule.de)

Philipp-Melanchthon-Gymnasium Bautzen LK Mathematik 12

Übungs-karte 2 Lösung	Thema: Extrem-wertaufgaben	Minimaler/Maximaler Abstand

Hauptbedingung: $A(a;b) = a \cdot b$ soll maximal werden

Nebenbedingungen: $a = 2 \cdot x$ und $b = -x^2 + 12$

Zielfunktion: $A(x) = 2x \cdot (-x^2 + 12) = -2x^3 + 24x$ mit $D_x = [0; 2\sqrt{3}]$ soll maximal werden

Lösung: Das absolute Maximum des Flächeninhalts liegt bei $x_1 = 2$ und beträgt $A_{max} = 32$; Die Koordinaten des Rechtecks lauten dann $(2\,|\,0)$, $(2\,|\,8)$, $(-2\,|\,8)$ und $(-2\,|\,0)$.

(Quelle: http://www.kepler-gymnasium.de/Th. Unkelbach/http://nibis.ni.schule.de)

ÜBUNGS-KARTE 3	THEMA: EXTREM-WERTAUFGABEN	MINIMALER/MAXIMALER ABSTAND

Die Graphen der Funktionen f_1 und f_2 mit $f_1(x) = x^2 \; \left(x \in \mathbb{R}\right)$ und $f_2(x) = -x^2 + 6 \; \left(x \in \mathbb{R}\right)$ schließen eine Fläche vollständig ein. In diese Fläche wird ein Rechteck gelegt, so dass die Rechteckseiten parallel zu den Koordinatenachsen verlaufen.
Berechnen Sie die Koordinaten der Eckpunkte desjenigen Rechtecks, dessen Flächeninhalt maximal ist.
Geben Sie diesen maximalen Flächeninhalt an.

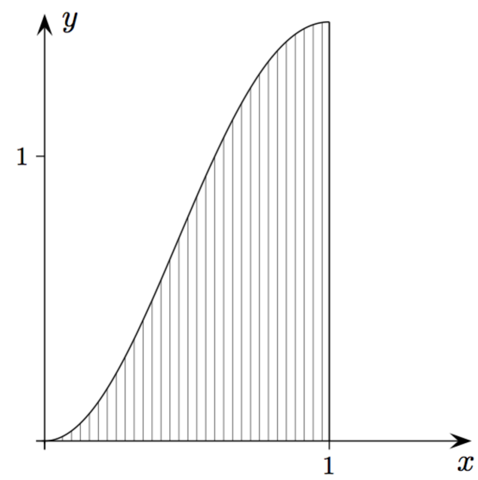
(Quelle: http://www.kepler-gymnasium.de/Th. Unkelbach/http://nibis.ni.schule.de)

Philipp-Melanchthon-Gymnasium Bautzen LK Mathematik 12

ÜBUNGS-KARTE 4	THEMA: EXTREM-WERTAUFGABEN	MINIMALER/MAXIMALER ABSTAND

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 4 \cdot x^2 \cdot e^{-x^2} \; \left(x \in \mathbb{R}\right)$.

In die schraffierte Fläche soll ein Rechteck mit maximalem Flächeninhalt gelegt werden.
Ermitteln Sie diesen Flächeninhalt.



(Quelle: http://www.kepler-gymnasium.de/Th. Unkelbach/http://nibis.ni.schule.de)

ÜBUNGS-KARTE 3 LÖSUNG	THEMA: EXTREM-WERTAUFGABEN	MINIMALER/MAXIMALER ABSTAND

Hauptbedingung: $A(a;b) = a \cdot b$ soll maximal werden

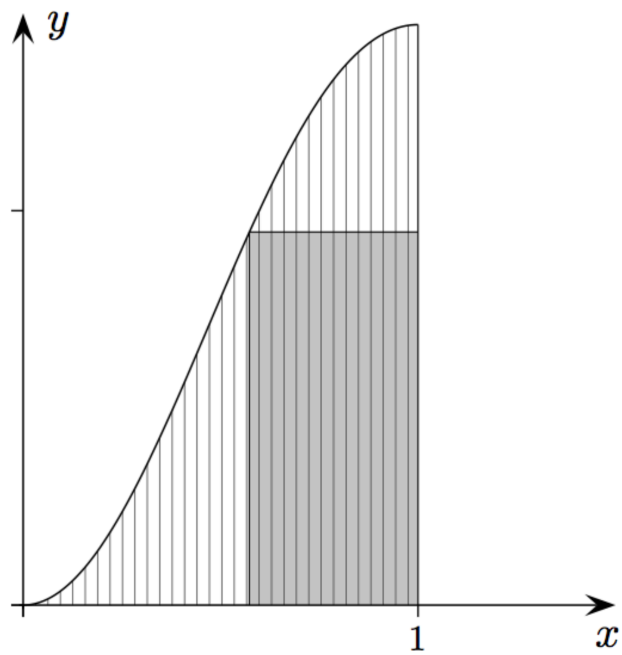
Nebenbedingungen: $a = 2 \cdot x$ und $b = -x^2 + 6 - x^2$

Zielfunktion: $A(x) = 2x \cdot (-x^2 + 6 - x^2) = -4x^3 + 12x$ mit $D_x = [0;\sqrt{3}]$ soll maximal werden

Lösung: Das absolute Maximum des Flächeninhalts liegt bei $x_1 = 1$ und beträgt $A_{max} = 8$. Die Koordinaten des Rechtecks lauten dann $(1|1)$, $(1|5)$, $(-1|5)$ und $(-1|1)$.

(Quelle: http://www.kepler-gymnasium.de/Th. Unkelbach/http://nibis.ni.schule.de)

ÜBUNGS-KARTE 4 LÖSUNG	THEMA: EXTREM-WERTAUFGABEN	MINIMALER/MAXIMALER ABSTAND



$A(x) = (1-x) \cdot f(x), \quad 0 \leq x \leq 1$

$x_{\max} = 0{,}573$

$A_{\max} = 0{,}404\ FE$

$x_{\max}$ stimmt nicht mit der Wendestelle $x_w = 0{,}468$ überein.

(Quelle: http://www.kepler-gymnasium.de/Th. Unkelbach/http://nibis.ni.schule.de)